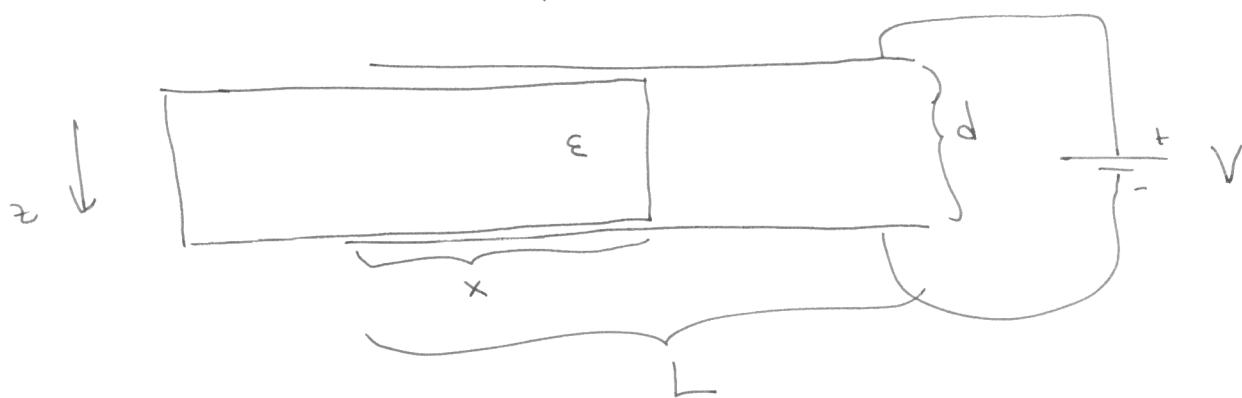
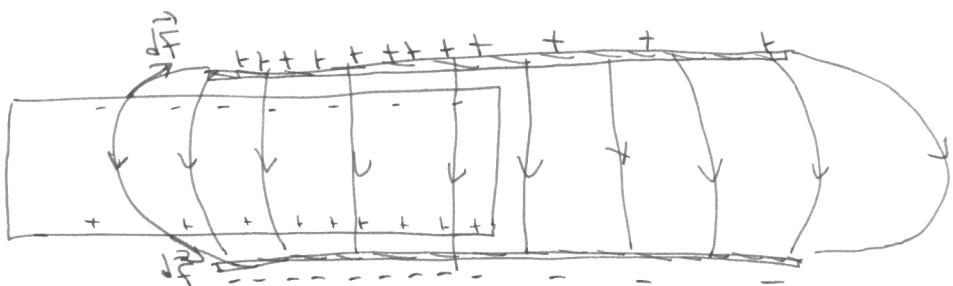


Soru: İki paralel plaka arasında yerleştirilmiş, dielektrik sabiti ϵ olan bir malzeme düşünen. Plakalar arasındaki mesafe d , ise ve plakalar arası potansiyel farkı V ise, malzemeye etki eden kuvveti hesaplayın (malzemenin bir kısmı plakaların arasında, bir kısmı plakaların dışında)



Cözüm: Öncelikle kuvvetin nasıl oluştuğunu bakalım. Üst plaka pozitif, alt plaka negatif yüklü olduğu için, plakaların arasında aşağı yönde bir elektrik alan oluşacaktır (plakaların sınırlarına doğru bu alan dışarı doğru kırılacaktır.) Bu, malzemeyi kırıplıracak ve malzemenin üst tarafı "-" yüklü müs, alt tarafı ise "+" yüklü müs gibi davranacaktır. Eğer elektrik alan direkt z yönünde oluydı, malzemeyi yukarı çekten kuvvet ile aşağı çekten kuvvet eşit olacağından herhangi bir kuvvet hissetmeyecekti.

Ancak sınır elektrostatikten dolayı, dielektrikin olduğu tarafta daha çok yük birilecektir ve ayrıca dielektrikte içeri doğru bir kuvvet etki edecektir.



Toplam kuvveti hesaplamak için, sistemin iç enerjisini \propto ile nasıl değiştigini hesaplamamız yeterlidir. Sistemin enerjisini

$$W = \frac{1}{8\pi} \int \vec{D} \cdot \vec{E} \, d\vec{r}$$

ifadesinden hesaplayabiliriz. Plakaları, genişliği L , derinliği h olan dikdörtgenler olarak düşünelim. \vec{E} ve \vec{D} alanlarını da yâklaşık olarak sadece plakaların arasında ve düzgün olarak yâklaşıklaştırıralım. Potansiyel farkı V olduğundan,

$$|\vec{E}| = \frac{V}{d} \text{ olur.}$$

Sistemin toplam Lhd hacminin, $\propto hd$ kısmındaki enerji yoğunluğu

$$w = \frac{1}{8\pi} \epsilon \frac{V^2}{d^2}$$

geri kalenin enerji yoğunluğu ise

$$w = \frac{1}{8\pi} \frac{V^2}{12} \text{ olur.}$$

Sistemin toplam enerjisi

$$W = xhd \frac{1}{8\pi} \epsilon \frac{V^2}{d^2} + (L-x)hd \frac{1}{8\pi\epsilon} \frac{V^2}{d^2}$$

olur. Sisteme etki x den toplam net kuvvet

$$F = -\frac{\partial W}{\partial x} = hd \frac{1}{2} \epsilon \frac{V^2}{d^2} - hd \frac{1}{2} \frac{V^2}{d^2}$$

$$F = \frac{h}{8\pi} \frac{V^2}{d} (\epsilon - 1) > 0$$

$F > 0$ olması, kuvvetin, x i artıracak yönde olduğunu gösterir.

Elektrik alanından

$$F = \frac{A}{8\pi} E^2 (\epsilon - 1)$$

olarak da yazabiliriz. Burada $A = hd$ ~~kapasitör~~ plakaların alanıdır.

Bu soruyu, plakalar arasındaki potansiyeli sabit tutmak yerine, plakaların yükünü sabit tutarak da görebiliriz.

Plakaların toplam yükü Q olsun (tek bir plakanın yükü $+Q$ diğer plakanın yükü $-Q$ 'dur)

Dielektrik malzemeden dolayı, plakaların her tarafına yük eşit dağılmaya cakkır.

Dielektriğe denk gelen kısmındaki yük dağılımı σ_ϵ , diğer tarafındaki yük dağılımı σ_1 olsun.

Metaller, es potansiyel yüzeyleri olduğundan, potansiyel fark nereden olursa olursa ölçüsün aynı olmalıdır, dolayısıyla elektrik alan da aynı olmalıdır. Buradan

$$\frac{\sigma_{\epsilon}}{\epsilon} = \frac{\sigma_1}{\sigma_2}$$

bulunur.

Sistemin toplam enerjisini yine

$$W = xhd \left(\frac{1}{8\pi} \epsilon E^2 \right) + (L-x)hd \left(\frac{1}{8\pi} E^2 \right)$$

olarak yazabiliriz.

$$\begin{aligned} W &= \frac{1}{8\pi} E^2 hd [x\epsilon + (L-x)] \\ &= \frac{1}{8\pi} (4\pi\sigma_1)^2 hd [x\epsilon + (L-x)] \end{aligned}$$

öncelikle varsa, σ_1 'in x bağılığını bulmamız gereklidir.

Toplam yük

$$Q = xh\sigma_{\epsilon} + (L-x)h\sigma_1$$

olarak hesaplanabilir.

$\sigma_{\epsilon} = \epsilon\sigma_1$, sonucunu kullanırsak

$$Q = [xh\epsilon + (L-x)h]\sigma_1$$

olarak bulunur, buradan da

$$\sigma_1 = \frac{Q}{xh\epsilon + (L-x)h}$$

olarak bulunur.

Kuvvet

$$F = -\frac{\partial W}{\partial x} = -\frac{\partial}{\partial x} \left(2\alpha \sigma_i^2 h d [x\varepsilon + (L-x)] \right)$$

$$= -4\alpha \sigma_i \frac{\partial \sigma_i}{\partial x} h d [x\varepsilon + (L-x)]$$

$$-2\alpha \sigma_i^2 h d (\varepsilon - 1)$$

$$= -4\pi \sigma_i \frac{(-Q)(h\varepsilon - h)}{[xh\varepsilon + (L-x)h]} \cancel{h d [x\varepsilon + (L-x)]}$$

$$-2\pi \sigma_i^2 h d (\varepsilon - 1)$$

$$= 4\pi h(\varepsilon - 1) d \sigma_i^2 - 2\pi \sigma_i^2 h d (\varepsilon - 1)$$

$$= 2\pi \sigma_i^2 h d (\varepsilon - 1)$$

$$F = \frac{A}{8\pi} \hat{E}^2 (\varepsilon - 1)$$

olması gerekligi gibi bir onceki sonuq elde edilmiştür. Bu ikinci yöntemle yapılan hesaplarda doğrulukla \hat{E} 'nin x 'e bağımlılığı ihmal edilerek hata yapılır. Bu durumda yanlış işaret elde edilir.