

MIT AçıkDersSistemi

<http://ocw.mit.edu>

18.034 İleri Diferansiyel Denklemler

2009 Bahar

Bu bilgilere atıfta bulunmak veya kullanım koşulları hakkında bilgi için <http://ocw.mit.edu/terms> web sitesini ziyaret ediniz.

18.034 DENEME SINAVI 3

Gösterim. $' = \frac{d}{dt}$

1. (a) $f \in E$ ve $F(s) = \mathcal{L}\{f(t)\}$ ise, $\lim_{s \rightarrow \infty} F(s) = 0$ olduğunu gösteriniz.

(b) $F(s) = \log\left(\frac{s+1}{s-1}\right)$ fonksiyonunun ters Laplace dönüşümünü bulunuz.

2. (a) $h(t)$ birim basamak fonksiyonu, i.e., Heaviside fonksiyonu, olmak üzere

$$f(t) = \frac{1}{5}(h(t-5)(t-5) - h(t-10)(t-10))$$

fonksiyonunun grafiğini çizin.

(b) $y'' + 4y = f(t)$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$ başlangıç değer probleminin çözümünü bulunuz. Çözümün grafiğini çizin.

(c) $t = 5$ ve $t = 10$ noktalarında $y''(t)$ nin sağ ve sol limitlerini hesap ediniz.

3. $\vec{y}_1(t) = (t, 1)$ ve $\vec{y}_2(t) = (t^2, 2t)$ vektörlerini göz önüne alınız.

(a) Hangi aralıklarda \vec{y}_1 ve \vec{y}_2 lineer bağımsızdır.

(b) \vec{y}_1 ve \vec{y}_2 nin çözümü olduğu bir diferansiyel denklem sistemini bulunuz.

4. $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}' = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ sisteminin genel çözümünü bulunuz.

5. $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ olsun.

(a) $A^2 = -I$ olduğunu gösteriniz.

(b) $e^{At} = \begin{pmatrix} \cos t & \sin t \\ \sin t & \cos t \end{pmatrix}$ olduğunu gösteriniz.

(c) $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}' = A \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ sisteminin genel çözümünü bulunuz.

(d) (x, y) – düzleminde çözümleri çizin ve davranışlarını irdeleyiniz.