

MIT AçıkDersSistemi

<http://ocw.mit.edu>

18.034 İleri Diferansiyel Denklemler

2009 Bahar

Bu bilgilere atıfta bulunmak veya kullanım koşulları hakkında bilgi için

<http://ocw.mit.edu/terms> web sitesini ziyaret ediniz.

## PROBLEM SAATİ 18

1. 
$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}' = \begin{pmatrix} 1 & \epsilon \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

ve

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}' = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ \epsilon & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

sistemlerinin faz portrelerini inceleyiniz.

2.

$$x' = y - x(x^2 + y^2), \quad y' = -x - y(x^2 + y^2)$$

sistemini göz önüne alınız.

- (a) Kritik noktayı bulunuz.
- (b) (0,0) da lineerleştirerek kararlılığı belirleyiniz.
- (c) (0,0) ın kararlılığını belirleyiniz.
- (d)  $x' = y + x(x^2 + y^2)$ ,  $y' = -x - y(x^2 + y^2)$  sistemi için yukarıdakileri tekrar ediniz.

3.

$x' = x(k - ax - by)$ ,  $y' = y(m - cx - dy)$ ,  $k, m, a, b, c, d > 0$  yarışma sistemini göz önüne alalım.  $ax + by = k$  ve  $cx + dy = 0$  doğrularının  $x, y > 0$  bölgesinde kesişmemesi durumunda limit seti bulunuz.

4. Eğer  $(x(t), y(t))$ ,

$$x' = x(-k + by), \quad y' = y(m - cx), \quad k, m, b, c > 0$$

av-avcı denklem sisteminin  $T$ -periyotlu bir çözümü ise,

$$\frac{1}{T} \int_0^T x(t) dt = \frac{m}{c}, \quad \frac{1}{T} \int_0^T y(t) dt = \frac{k}{b}$$

olduğunu gösteriniz.

5. (a)

$$x'' + (x^2 + 2(x')^2 - 1)x' + x = 0$$

denkleminin aşikar olmayan bir periyodik çözümünün olduğunu gösteriniz.

(b)

$$x' = x + y^2 + x^3, \quad y' = -x + y + yx^2$$

denkleminin aşikar olmayan bir periyodik çözümünün olmadığını gösteriniz.