

MIT AçıkDersSistemi

<http://ocw.mit.edu>

18.034 İleri Diferansiyel Denklemler

2009 Bahar

Bu bilgilere atıfta bulunmak veya kullanım koşulları hakkında bilgi için <http://ocw.mit.edu/terms> web sitesini ziyaret ediniz.

PROBLEM SAATİ 7

1. $C[a, b]$ üzerindeki bir iç çarpımı

$$\langle u, v \rangle = \int_a^b u(x)v(x)dx$$

şeklinde tanımlayalım. (Böylece, $\langle \cdot, \cdot \rangle$, $C[a, b]$ de pozitif tanımlı simetrik bir bilineer formdur). $L[u] = u'' + pu' + qu$ operatörünün verilen bir lineer operatör ve $M[u]$ da onun eki olduğunu varsayalım. $u(a) = u(b) = v(a) = v(b) = 0$ olmak üzere, her $u, v \in C^2[a, b]$ için $\langle L[u], v \rangle \geq \langle u, M[v] \rangle$ olduğunu gösteriniz.

2. $y' = F(x, y)$ denklemini göz önüne alalım. Burada $F: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ bir sürekli fonksiyon ve y ye göre $|F(x, y_2) - F(x, y_1)| \leq C|y_2 - y_1|$ (iki yanlı) Lipschitz koşulunu sağlamaktadır. Eğer u ve v , $u(x_0) = v(x_0)$ olan denklemin iki çözümü ise, o zaman $u \equiv v$ olduğunu gösteriniz.

3. $w, e^{\cos x} w'' - x^2 w + x^3 = 0$ denkleminin $w(0) = 0$ olan bir çözümü olduğunu kabul ediniz. $y = w - x$ olsun ve y nin bir pozitif maksimuma veya negatif minimuma sahip olamayacağını gösteriniz. w'' nın ikinci türevi $w - x$ in işaretine sahip olduğunu göz önüne alarak, $w'(0)$ nın değerinin değiştiği yeni bir çözüm eğrisinin grafiğini çiziniz.

4. (Birkhoff-Rota, s. 57, #2) Aşağıdaki diferensiyel denklemleri self-adjoint (özek) forma indirgeyiniz.

(a) $(1 - x^2)u'' - xu' + \lambda u = 0.$

(b) $x^2 u'' + xu' + u = 0.$