

MIT AçıkDersSistemi

<http://ocw.mit.edu>

18.034 İleri Diferansiyel Denklemler

2009 Bahar

Bu bilgilere atıfta bulunmak veya kullanım koşulları hakkında bilgi için

<http://ocw.mit.edu/terms> web sitesini ziyaret ediniz.

### 18.034 PROBLEM SETİ 3

1. Bu problem  $\omega \neq 0$  ve  $\omega_0$ ,  $\omega$  ya yakın fakat  $\omega$  dan farklı olmak üzere  $y'' + \omega^2 y = \sin \omega_0 t$  diferansiyel denklemi ile ilgilidir.

(a)  $y_1(t) = \sin \omega_0 t / (\omega^2 - \omega_0^2)$  fonksiyonunun bir özel çözüm olduğunu doğrulayınız.

(b)  $\omega_0 \rightarrow \omega$  durumunda  $y_1(0)$  veya  $y_1'(0)$  başlangıç koşullarından birinin sonsuz olduğunu gösteriniz.

(c)  $y_2(t) = (\sin \omega_0 t - \sin \omega t) / (\omega^2 - \omega_0^2)$  özel çözüm için başlangıç değerlerinin  $\omega_0 \rightarrow \omega$  için sonlu kaldığını kontrol ediniz.

(d) Hopital kuralı yardımıyla  $y_2(t)$  nin  $\omega_0 \rightarrow \omega$  limitinin  $y'' + \omega^2 y = \sin \omega t$  denkleminin bir özel çözümünü verdiğini gösteriniz.

2  $F(x, y)$  fonksiyonu bir bölge üzerinde

$$y_1 < y_2 \Rightarrow F(x, y_2) - F(x, y_1) \leq L(y_2 - y_1)$$

koşulunu sağlasın\* ;  $f(x)$  ve  $g(x)$  fonksiyonları  $y' = F(x, y)$  diferansiyel denkleminin çözümleri olsun.  $x > a$  için

$$|f(x) - g(x)| \leq e^{L(x-a)} |f(a) - g(a)|$$

olduğunu gösteriniz.

3.  $(\sin x)/x$  fonksiyonunun aşağıdaki denklemleri sağladığını doğrulayınız ve böylece ikinci çözümü elde ediniz.

(a)  $xy'' + 2y' + xy = 0$ , ( $x > 0$ ),

(b)  $(2x - 1)y'' - 4xy' + 4y = 0$ , ( $2x > 1$ ).

4. (a) Birkhoff-Rota, sayfa 57 problem 4. (Baskı hatası:  $I(x) = q - p^2/4 - p'/2$ .)

(b) Birkhoff-Rota, sayfa 57 problem 7(a). (Problem 6 yerine kitapta tavsiye edildiği gibi (a) şikkını kullanın.)

(c) Birkhoff-Rota, sayfa 57 problem 7(b)

5.  $a < x < b$  olmak üzere  $(\cosh x)y'' + (\cos x)y' = (1 + x^2)y$  ve  $y(a) = y(b) = 1$  olsun.  $a < x < b$  için  $0 < y(x) < 1$  olduğunu gösteriniz.

6. (a) Birkhoff-Rota, sayfa 75 problem 3, (b) Birkhoff-Rota, sayfa 75 problem 4.

\* Tek yönlü Lipschitz koşulu.

