

MIT AçıkDersSistemi

<http://ocw.mit.edu>

18.034 İleri Diferansiyel Denklemler

2009 Bahar

Bu bilgilere atıfta bulunmak veya kullanım koşulları hakkında bilgi için

<http://ocw.mit.edu/terms> web sitesini ziyaret ediniz.

18.034 PROBLEM SETİ 4

1. (a) u_1 , üçüncü basamaktan değişken katsayılı lineer

$$u''' + p_1(x)u'' + p_2(x)u' + p_3(x)u = 0$$

diferansiyel denkleminin çözümü ise, $u(x) = u_1(x)v(x)$ dönüşümünün v' ne göre ikinci basamaktan lineer

$$u_1v''' + (3u_1' + p_1u_1)v'' + (3u_1'' + 2p_1u_1' + p_2u_1)v' = 0$$

diferansiyel denklemini verdiğini gösteriniz.

(b) $u_1 = e^x$ fonksiyonunun $(2 - x)u''' + (2 - x)u'' - xu' + u = 0$ diferansiyel denkleminin bir çözümü olduğunu doğrulayınız. (a) şıkkındaki dönüşümü kullanarak genel çözümü bulunuz.

2. (a) $\alpha \neq \beta$ ve (b) $\alpha = \beta$ için

$$x^2u'' + (1 - \alpha - \beta)xu' + \alpha\beta u = x^2f(x)$$

diferansiyel denkleminin bir özel çözümünü bulunuz.

3. Birkhoff-Rota, sayfa 62 problem 2.

4. (a) $x^m e^{ax}$, $x^m \sin \beta x$, $e^{ax} \cos \beta x$ fonksiyonları için sıfırlayan operatörleri bulunuz.

(b) $(D^2 + 1)(D - 3)^2u = 12 e^{3x}(10x + 1)$ denkleminin genel çözümünü bulunuz.

5. n 'inci basamaktan reel sabit katsayılı lineer homojen

$$u^{(n)} + a_1u^{(n-1)} + \dots + a_{n-1}u' + a_nu = 0$$

diferansiyel denklemini göz önüne alalım.

(a) Diferansiyel denklem asimptotik kararlı ise $a_1, a_2, \dots, a_n > 0$ olduğunu gösteriniz.

(b) Eğer ilgili karakteristik polinomun tüm kökleri reel ise, (a) şıkkındaki ifadenin tersinin doğru olduğunu gösteriniz. (İpucu. Yanlış olduğunu kabul ederek çelişki arayınız.)

(c) Bir örnek yardımıyla (a) şıkkının tersinin genel olarak doğru olmadığını gösteriniz.

6. (a) y^2 fonksiyonunun $-\infty < y < \infty$ aralığında Lipschitz koşulunu sağlamadığını gösteriniz. Bu olumsuzluğun

$$y' = y^2, \quad y(0) = y_0 > 0$$

başlangıç değer probleminin davranışı üzerine nasıl yansıdığını tartışınız.

(b) $y^{2/3}$ fonksiyonunun orijini içeren her hangi bir $|y| < h$ şeridinde Lipschitz koşulunu sağlamadığını gösteriniz. Bu olumsuzluğun

$$y' = y^{2/3}, \quad y(0) = 0$$

başlangıç değeri probleminin davranışı üzerine nasıl yansıdığını tartışınız.

