

MIT AçıkDersSistemi

<http://ocw.mit.edu>

18.034 İleri Diferansiyel Denklemler

2009 Bahar

Bu bilgilere atıfta bulunmak veya kullanım koşulları hakkında bilgi için <http://ocw.mit.edu/terms> web sitesini ziyaret ediniz.

18.034 DENEME SINAVI 2

Gösterim. $' = \frac{d}{dt}$

1. (a) $t^2 y'' + aty' + by = 0$

diferansiyel denkleminin $t \in (0, \infty)$ aralığında t^2 ve t^3 çözümlerine sahip olacak şekilde a ve b sayılarını bulunuz.

(b) $t \in (-\infty, 1)$ aralığında $(1-t)^2$ ve $(1-t)^3$ çözümlerine sahip bir diferansiyel denklem bulunuz.

(c) t ve e^t çözümlerine sahip bir diferansiyel denklem bulunuz.

2. Parametrelerin değişimini kullanarak, $y'' - \frac{2}{t^2}y = t$, $t \neq 0$, denkleminin bir çözümünü bulunuz.

3. $(D^2 - 1)^4(D^3 + 1)^5 y = 3e^t$ denkleminin genel çözümünü bulunuz.

4. $u = e^{\int z dt}$ fonksiyonunun $y'' + p(t)y' + q(t)y = 0$ denkleminin bir çözümü olmasının z nin $y' + p(t)y + q(t) = -y^2$ Riccati denkleminin bir çözümü olması ile eşdeğer olduğunu gösteriniz.

5. (a) $y' = f(x, y)$, $y(t_0) = y_0$ başlangıç değer problemi için *varlık teklik teoremini* ifade ediniz.

(b) $f(t, y) = -y + 1$ fonksiyonunun her t ve y için Lipschitz koşulunu sağladığını gösteriniz.

(c) Picard iterasyonunu kullanarak $y' = -y + 1$, $y(0) = 1$ in $y_1(t)$ ve $y_2(t)$ fonksiyonlarını elde ediniz.

(d) (c) şıkkındaki başlangıç değer probleminin tam çözümünü bulunuz.