

MIT OpenCourseWare  
<http://ocw.mit.edu>

14.30 Ekonomide İstatistiksel Yöntemlere Giriş  
Bahar 2009

Bu materyale atıfta bulunmak ve kullanım koşulları için <http://ocw.mit.edu/terms> sayfasını ziyaret ediniz.

## Problem Seti 6

### 14.30 Ekonomide İstatistiksel Yöntemlere Giriş

Konrad Menzel

Son Gün: 7 Nisan 2009

#### Soru Bir

$X$   $[0,1]$  aralığında uniform olarak dağılan bir rasgele değişken olsun (yani ilgili aralıkta  $f(x) = 1$ , diğer yerlerde sıfırdır). Problem Seti 4'te aşağıdaki her bir dönüşümün PDF'sini belirlemek için "2-Adım"/CDF tekniği ve dönüşürme yöntemini kullandınız,  $Y = g(X)$ . Şimdi PDF'leriniz olduğuna göre aşağıdaki her bir dönüşüm için (a)  $\mathbb{E}[g(X)]$ , (b)  $g(\mathbb{E}[X])$ , (c)  $\text{Var}(g(X))$  ve (d)  $g(\text{Var}(X))$ 'i hesaplayınız:

1.  $Y = X^{\frac{1}{4}}$ ,  $[0, 1]$  aralığında  $f_Y(y) = 4y^3$ 'tür, diğer durumlarda sıfırdır.
2.  $Y = e^{-X}$ ,  $[\frac{1}{e}, 1]$  aralığında  $f_Y(y) = \frac{1}{y}$ 'dir, diğer durumlarda sıfırdır.
3.  $Y = 1 - e^{-X}$ ,  $[0, 1 - \frac{1}{e}]$  aralığında  $f_Y(y) = \frac{1}{1-y}$ 'dir, diğer durumlarda sıfırdır.
4. Yukarıdaki her bir dönüşüm için (a)  $\mathbb{E}[g(X)]$  nasıl (b)  $g(\mathbb{E}[X])$  ile ve (c)  $\text{Var}(g(X))$  nasıl (d)  $g(\text{Var}(X))$  ile karşılaştırılır? Not edilmesi gereken herhangi bir genelleme var mı? Açıklayınız.

#### Soru İki

Aşağıdaki her bir PDF için beklenen değer ve varyansı hesaplayınız.

1.  $f_X(x) = ax^{a-1}$ ,  $0 < x < 1$ ,  $a > 0$
2.  $f_X(x) = \frac{1}{n}$ ,  $x = 1, 2, \dots, n$ 'dir ve  $n$  bir tam sayıdır.
3.  $f_X(x) = \frac{3}{2}(x-1)^2$ ,  $0 < x < 2$

#### Soru Üç

Varsayalım ki  $X$ ,  $Y$  ve  $Z$  bağımsızdır ve ortalaması sıfır varyansı bir olan aynı dağılımlıdır. Aşağıdakileri hesaplayınız:

1.  $\mathbb{E}[3X + 2Y + Z]$
2.  $\text{Var}[5X - 3Y - 2Z]$
3.  $\text{Cov}[X - Y + 4, 2X + 3Y + Z]$
4.  $E[3XY]$

### Soru Dört

Rasgele değişkenler  $X$  ve  $Y$  ile sabit sayılar olan  $a, b \in \mathbb{R}$  için aşığıdaki ifadeleri basitleştiriniz.

1.  $Var(aX + b)$
2.  $Cov(aX + c, bY + d)$
3.  $Var(aX + bY)$

### Soru Beş

(Bain/Engelhardt, s. 190)

Varsayalım ki bileşik PDF'si  $0 < x < 1$  ve  $0 < y < 1$  durumlarında  $f(x, y) = 4(x - xy)$ , diğer durumlarda sıfır olan  $X$  ve  $Y$  sürekli rasgele değişkenlerdir.

1.  $\mathbb{E}[X^2Y]$ 'yi bulunuz.
2.  $\mathbb{E}[X - Y]$ 'yi bulunuz.
3.  $Var(X - Y)$ 'yi bulunuz.
4.  $X$  ve  $Y$ 'nin korelasyon katsayısının değeri,  $\rho_{XY} = \frac{Cov(X,Y)}{\sqrt{Var(X)Var(Y)}}$ , nedir?
5.  $\mathbb{E}[Y|x]$ 'in deęeri nedir?

### Soru Altı

$X$  ile  $Y$ 'nin bileşik PDF'si  $0 < x < y < \infty$  için  $f(x,y) = e^{-y}$ , diğer durumlarda sıfır olsun.  $\mathbb{E}[X|y]$ 'yi bulunuz.

### Soru yedi

(Bain/Engelhardt, s. 190)

$X$   $(a,b)$  aralığında tanımlanmış bir uniform, yani  $f(x) = \frac{1}{b-a}$ , dağılımlı rasgele değişken olsun.  $X$ 'in  $k$ .nci merkezi momentini,  $\mu_k = \mathbb{E}[(X - \mathbb{E}[X])^k]$ , olarak tanımlayınız. Standart merkezi momenti  $\frac{\mu_k}{(\mu_2)^{\frac{k}{2}}}$  olarak tanımlanır.  $X$ 'in  $k$ .nci standart merkez momenti için bir ifade bulunuz.