

MIT OpenCourseWare
<http://ocw.mit.edu>

14.30 Ekonomide İstatistiksel Yöntemlere Giriş
Bahar 2009

Bu materyale atıfta bulunmak ve kullanım koşulları için <http://ocw.mit.edu/terms> sayfasını ziyaret ediniz.

Problem Seti 7

14.30 Ekonomide İstatistiksel Yöntemlere Giriş

Konrad Menzel

Son Gün: 14 Nisan 2009

Soru Bir

PDF $\phi(z)$ ve CDF $\Phi(z)$ 'li standart Normal Dağılımı daha yeni öğrendik. Daha sonra çok kullanacağımız için, kendimizi bu dağılıma alıştıralım.

1. $z = \{-3, -2.5, -2, -1.5, -1, -0.5, 0, 0.5, 1, 1.5, 2, 2.5, 3\}$ için $u = \Phi(z)$ 'yi bulunuz.
2. Bölüm (1)'deki cevabınızı kullanarak $z = \{0, 0.5, 1, 1.5, 2, 2.5, 3\}$ için $u = 1 - \Pr(|Z| \leq z)$ 'yi bulunuz. Cevabınızı nasıl elde ettiğinizi açıklayınız (matematiksel ifadeler ile). Bu u 'nun değerlerini en uçta gerçekleşen sonucun "olasılık değerleri" anlamına gelen "p-değerleri" olarak adlandıracağız. Bu yedi değeri ezberleyin- daha sonra kesinlikle kullanacaksınız.
3. $z = \{0.001, 0.005, 0.01, 0.02, 0.05, 0.10, 0.20\}$ için $z = \Phi^{-1}(u)$ 'yu bulunuz.
4. Bölüm (3)'teki sonuçları kullanarak her bir u için $z = \Phi^{-1}(1 - u)$ 'yi elde ediniz.
5. Bölüm (3) ve (4)'teki sonuç ve/veya yöntemleri kullanarak z 'yi elde ediniz. (3)'teki her bir u için $1 - \Pr(|Z| \leq z) = u$ 'dur. z 'nin bu değerleri "iki-taraflı α -düzey kritik değerleri" olarak adlandırılır. Buradaki örnekte $\alpha = u$ 'dur. Örneğin, şöyle deriz, "standart normal dağılımın (iki-taraflı) %10 kritik değerleri $z = \dots$ 'dir". Daha sonra bu çok faydalı olacaktır, bu yedi değeri ezberleyin.
6. Son olarak, Bölüm (2) ve (5)'te elde ettiğiniz 14 z ve u değerini kısa bir tabloda sıralayınız. $z = 0$ ve $p = 1$ ile başlayınız ve z 'leri ilgili olasılıkları ile beraber sağ tarafta sıralayınız.

Soru İki

1. Bir rasgele değişken X verilmişken, X 'in standardizasyonu Z 'yi tanımlayınız ve varyansını türetiniz.
2. Varsayalım ki $\bar{X}_{20} X_i \sim N(1,2)$ dağılımlı $n = 20$ gözlemlili bir i.i.d. örneklemin ortalamasıdır. Bu ortalamanın beklenen değeri ve varyansı nedir? Dağılımı nedir (İpucu: Önerme 24 civarındaki ders notlarına bakınız)? Örneklemin ortalaması \bar{X}_{20} 'in 0.75 ile 1.25 arasında olma olasılığı nedir?
3. Problem Seti 5'te, k i.i.d. üstel rasgele değişkenin ortalamasının (ve toplamının) sonlu dağılımını belirlemek için bölünüm formülünü kullandık ve ortalamanın

dağılıma bağlı olmadığını da belirttik. k i.i.d. rasgele değişkenin toplamının varyansı nedir? Ortalamalarının varyansı nedir? Üstel RVlerin üzerindeki ortalamaların normal dağılıma yaklaştığını (problem set 5'in cevap setinde) fark ettik. Bu özelliğin üstel dağılıma özgü olduğunu düşünür müsünüz?

Soru Üç

Varsayalım ki ortalaması μ ve varyansı 3 olan bir normal dağılımdan n büyüklüğünde bir rasgele örneklem seçildi ve ortalaması, \bar{X}_n , hesaplandı.

1. \bar{X}_n 'in ortalama μ 'nun 0.1 kadar etrafında olma olasılığının en az %90 olması için n ne olmalıdır?¹
2. \bar{X}_n 'in ortalama μ 'nun 0.01 kadar etrafında olma olasılığının en az %90 olması için n ne olmalıdır?
3. Yahoo! tecrübeme dayanarak, online reklam gösterimlerinin etkinliğini belirlemek için denek ve kontrol farklılıklarına bakıyordum. Aylık satışların standart sapması (ölçekli) 15.00 dolardır ve ortalama haftalık alışlar kontrol grubu için 1 dolar ve denek grubu için 1 dolar + δ 'dır. Eğer kontrol grubundaki gözlemlerin yalnızca %25'ine ve denek grubun %75'ine bakmakla sınırlandırılmış olsaydım, $\bar{X}_T - \bar{X}_C$ arasındaki farkın varyansı ne olurdu? Burada \bar{X}_T tüm denek kişilerinin örneklem ortalaması ve \bar{X}_C bütün kontrol kişilerinin ortalamasıdır. $\bar{X}_T - \bar{X}_C > 0$ olasılığının en az %95 olabilmesi için, N ne kadar büyük olmak zorundadır? Denek ve kontrol grupları için örneklem ortalamasının normal dağılımlı olduğunu varsayınız. Bunu genel δ için yapınız ve $\delta = 0.5$ dolar ile $\delta = 0.10$ dolar için hesaplayınız. N 'nin bu değerleri büyük mü? Sonuçları yorumlayınız.

Soru Dört

Bir tablo, hesap makinesi, internet, simülasyon, veya başka herhangi bir yöntemi (kopya hariç) kullanarak aşağıdaki kritik değerleri belirleyiniz:

1. $T \sim t$ dağılımı: $1 - P(|T| \leq t; \text{dof}) = 0.05$, $\text{dof} = 5, 10, 20, 30, 50$. Bunlar Normal'in 0.05 kritik değerleri ile nasıl karşılaştırılır? (dof : serbestlik derecesidir, ÇN)
2. $X \sim \chi_k^2$ dağılımı: $P(X \geq x; k) = 0.05$, $k = 1, 2, 3, 4, 5, 100$. Bunlar Normal'in 0.05 kritik değerleri ile nasıl karşılaştırılır? (İpucu: k ile böl ve ortalama gibi bir şeyin kara kökünü al. $k = 1$ 'e yoğunlaş ve sadece yüksek serbestlik derecelerini $N(k, 2.k)$ 'nin kritik değerleri ile karşılaştır.)

¹ Bu...

Soru Beş

$Y_1 \sim \chi_{k_1}^2$ ve $Y_2 \sim \chi_{k_2}^2$ iken $\frac{Y_1/k_1}{Y_2/k_2}$ 'nin dağılımı nedir? $k_2 \rightarrow \infty$ iken, payın değerine ve varyansına ne olur? (İpucu: İki i.i.d. χ_1^2 rasgele değişkenin toplamı ne olur? O zaman, onların ortalamasının varyansı nedir? Peki onların k_2 'lerinin toplamına ve ortalamasına ne demeli?) Oranın yakınsadığı ortalamanın hangi dağılıma ait olduğunu düşünürsünüz (k_1 'i sabit tutarak).