

# Çeşitlendirme

Ders 10

Finansal Yönetim 15.414

# Bugün

## Çeşitlendirme

- Portföy çeşitlendirme ve riski dağıtma
- İdeal (optimal) portföyler

## Okuma

- Brealey ve Myers, Bölüm 7 ve 8.1

## Örnek

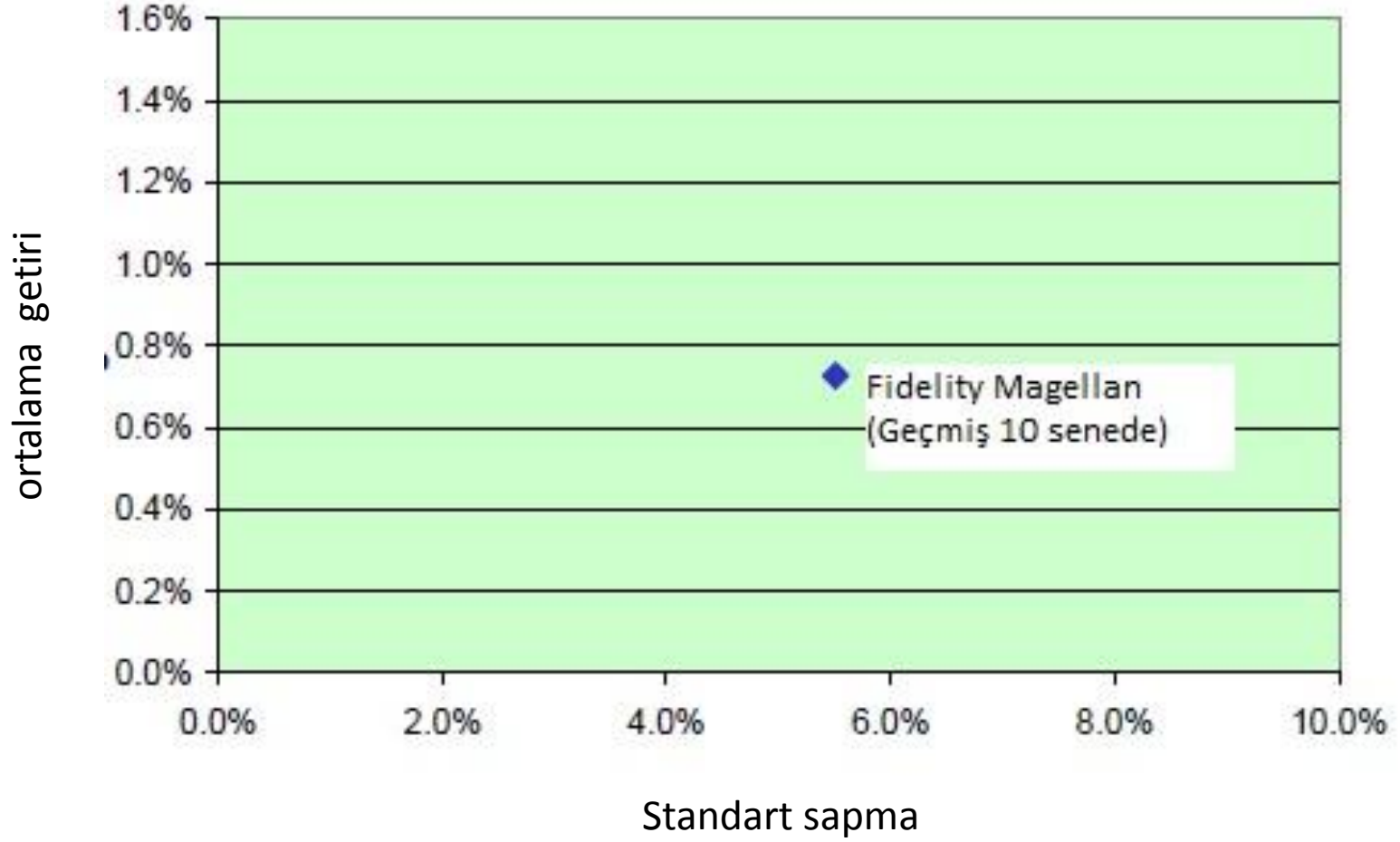
Büyük bir ABD hisse yatırım fonu olan Fidelity Magellan, Biogen'e yatırım yapmayı düşünüyor. Biogen geçmişte başarılı olmuş fakat şimdiki ARGE programının sonuçları belirsiz. Fidelity Magellan'ın portföy yöneticileri Biogen'e bu yatırımın riskini nasıl değerlendirmeli?

Magellan Microsoft'a da yatırım yapabilir. Hangi hisse senedi daha riskli, Microsoft mu Biogen mi?

## Biogen hisse fiyatı, 1988-2001



# Fidelity Magellan



## Örnek

Exxon Kanada'daki yeni bir petrol alanına teklif veriyor. Exxon'un bilim adamları bu alanda %40 ihtimalle 200 milyon varil ve %60 ihtimalle 400 milyon varil çıkarılabilir petrol olduğunu tahmin ediyor.

Petrolün varil fiyatı 30 dolar ve Exxon petrolü çıkartmak için varil başına 10 dolar harcamalı. Proje 8 sene sürecek.

Bu projedeki riskler nelerdir? Her biri getiriye nasıl etkiler?

# Plan

## Portföy ortalaması ve varyansı

- İki hisse \*
- Çok sayıda hisse \*

**Bir hisse portföyün riskine ne kadar katkıda bulunur?**  
**Bir hisse portföyün getirisine ne kadar katkıda bulunur?**  
**En iyi portföy nedir?**

\* Aynı analiz projeler portföyüne de uygulanabilir

# Portföyler

## İki hisse, A ve B

A ve B den oluşan bir portföyünüz var. Portföyünüzün A'ya yatırılmış olan oranı  $w_A$  ve B'ye yatırılmış olanının oranı  $w_B$

$$\text{Portföy getirisi} = R_p = w_A R_A + w_B R_B$$

**Portföyün beklenen getirisi ve varyansı nedir?**

## Portföy

$$E[R_p] = w_A E[R_A] + w_B E[R_B]$$

$$\text{var}(R_p) = w_A^2 \text{var}(R_A) + w_B^2 \text{var}(R_B) + 2w_A w_B \text{cov}(R_A, R_B)$$



# Örnek 1

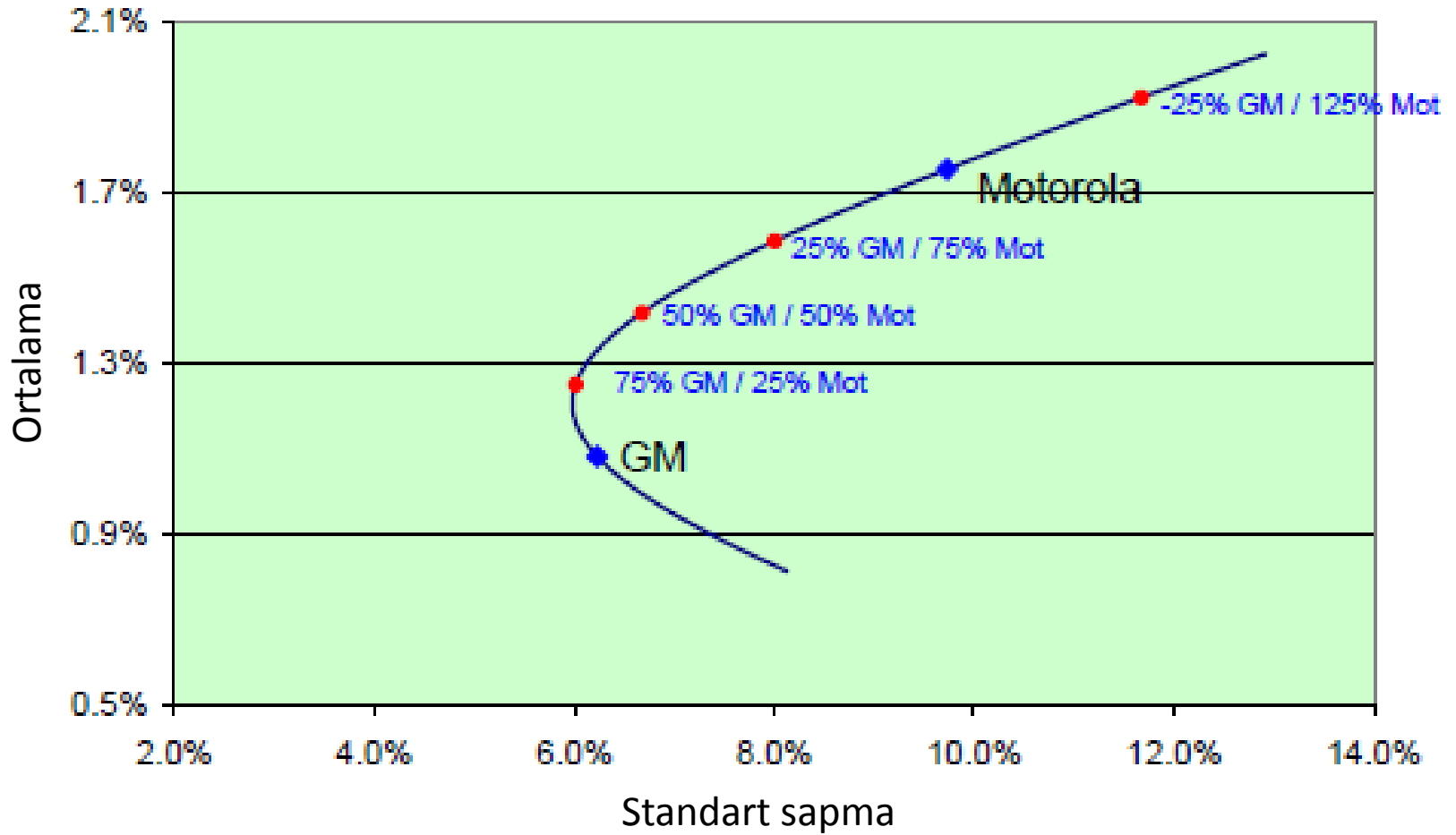
Geçtiğimiz 50 senede Motorola'nın ortalama aylık getirisi %1,75 ve standart sapması %9,73. GM'in ortalama getirisi %1,08 ve standart sapması %6,23. İkisinin korelasyonu 0,37. Bu ikisinden oluşan bir portföy nasıl performans gösterir?

➤  $E[R_P] = W_{GM} 1.08 + W_{Mot} 1.75$

➤  $var(R_P) = W_{GM}^2 6.23^2 + W_{Mot}^2 9.73^2 + 2 W_{Mot} W_{GM} (0.37 \times 6.23 \times 9.73)$

$W_{Mot}$	$W_{GM}$	$E[R_P]$	$var(R_P)$	$stdev(R_P)$
0	1	1.08	38.8	6.23
0.25	0.75	1.25	36.2	6.01
0.50	0.50	1.42	44.6	6.68
0.75	0.25	1.58	64.1	8.00
1	0	1.75	94.6	9.73
1.25	-0.25	1.92	136.3	11.67

# GM ve Motorola



## Örnek 1, devam ediyor

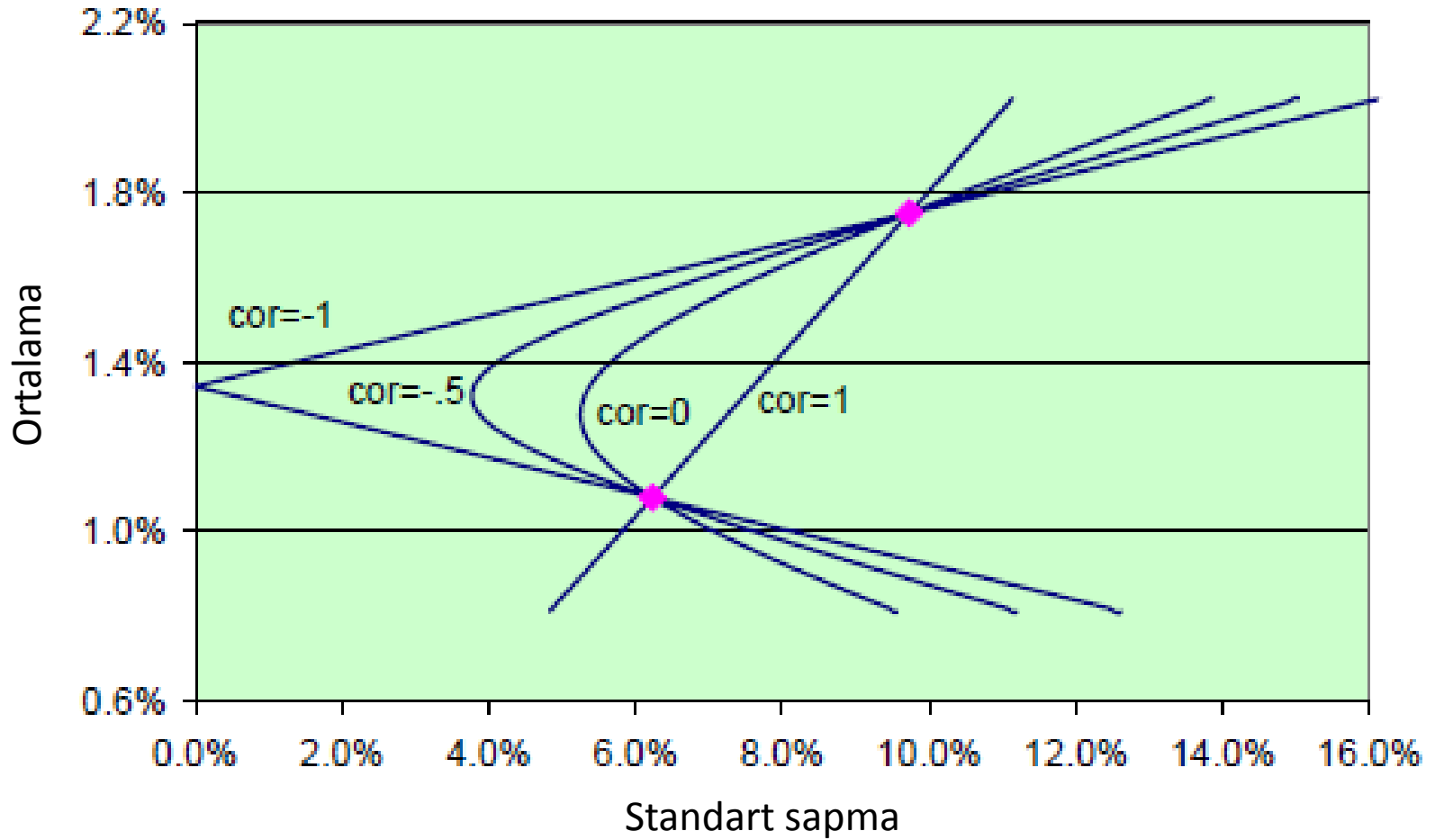
Varsayalım ki GM ve Motorola arasındaki korelasyon değişti. Eğer -1,0'sa? 0,0'sa? 1,0'sa?

➤  $E[R_P] = W_{GM} 1.08 + W_{Mot} 1.75$

➤  $var(R_P) = W_{GM}^2 6.23^2 + W_{Mot}^2 9.73^2 + 2 W_{Mot} W_{GM} (corr \times 6.23 \times 9.73)$

$W_{Mot}$	$W_{GM}$	$E[R_p]$	Portföy standart sapması		
			kor=-1	kor=0	kor=1
0	1	1.08%	6.23%	6.23%	6.23%
0.25	0.75	1.25	2.24	5.27	7.10
0.50	0.50	1.42	1.75	5.78	7.98
0.75	0.25	1.58	5.74	7.46	8.85
1	0	1.75	9.73	9.73	9.73

## GM ve Motorola: varsayılan korelasyonlar



## Örnek 2

1980de GD'ye yatırım yapmayı düşünüyordunuz. İzleyen 10 senede GD'nin ortalama aylık getirisi %0,00 ve standart sapması %9,96.

Motorola'nın ortalama getirisi 51,28 ve standart sapması %9,33.

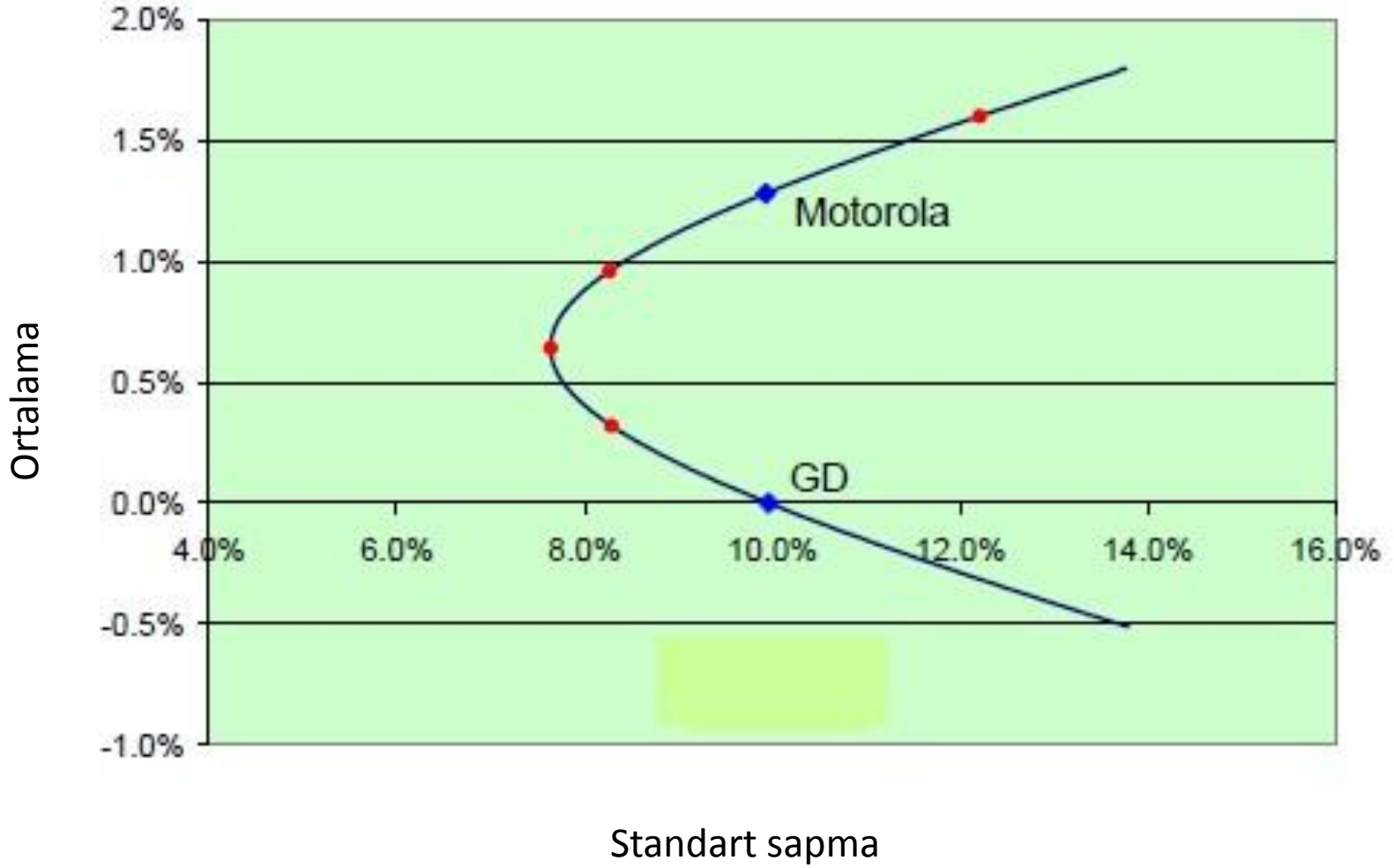
Aralarındaki korelasyon 0,28. Bun iki hisse senedinden oluşan bir portföy nasıl performans gösterir?

➤  $E[R_P] = W_{GD} 0.00 + W_{Mot} 1.28$

➤  $var(R_P) = W_{GD}^2 9.96^2 + W_{Mot}^2 9.33^2 + 2 W_{Mot} W_{GD} (0.28 \times 9.96 \times 9.33)$

$W_{Mot}$	$W_{GD}$	$E[R_P]$	$var(R_P)$	$stdev(R_P)$
0	1	0.00	99.20	9.96
0.25	0.75	0.32	71.00	8.43
0.50	0.50	0.64	59.57	7.72
0.75	0.25	0.96	64.92	8.06
1	0	1.28	87.05	9.33

## GD ve Motorola



## Örnek 3

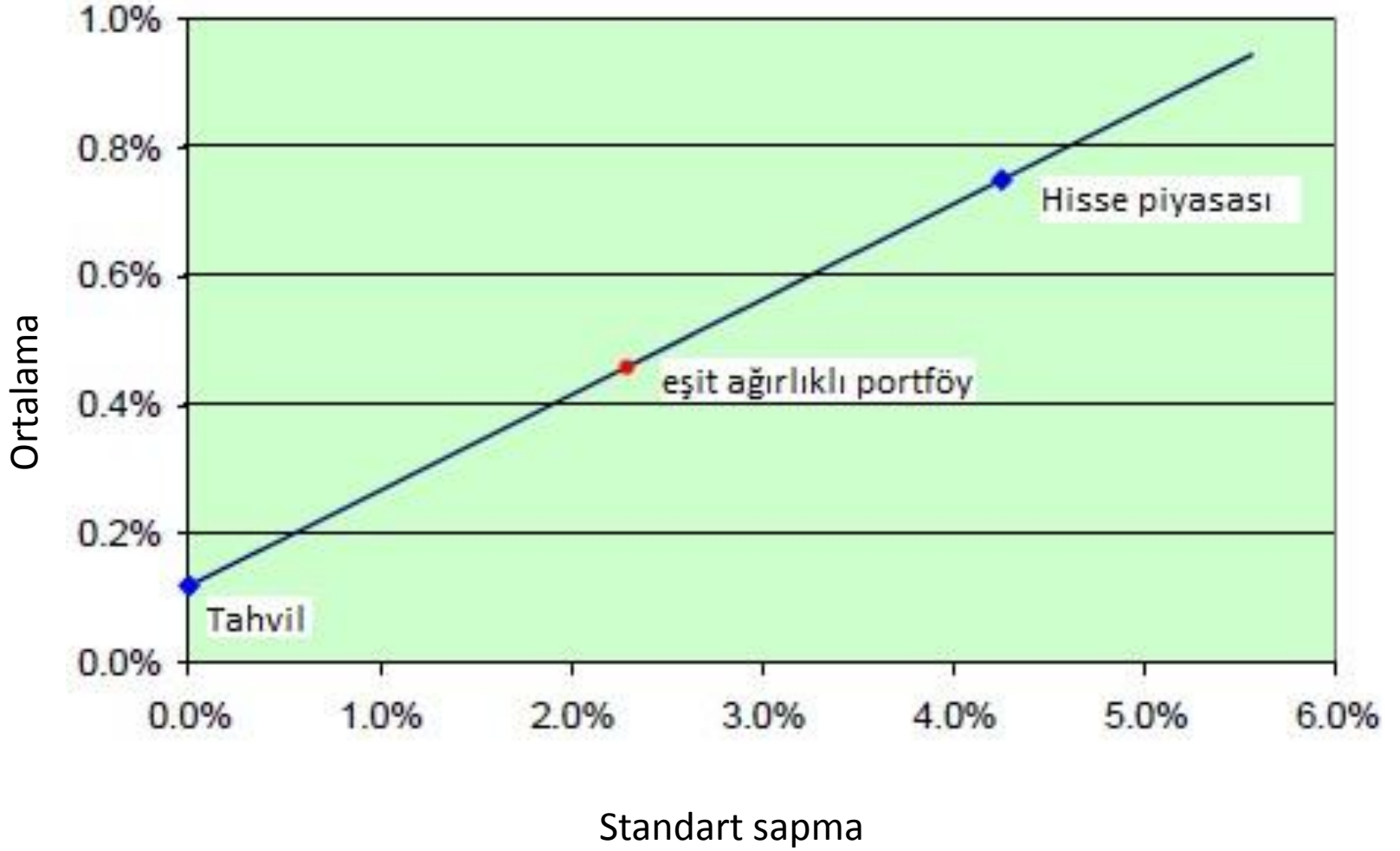
Emeklilik için tasarruflarınızı hazine bonoları ve hisse senedi piyasası arasında nasıl dağıtacağınıza karar vermeye çalışıyorsunuz. Bono (Tbill) oranı aylık %0,12. Hisse senedi piyasasının (Stk) aylık getirisini %0,75 ve standart sapmasını %4,25 tahmin ediyorsunuz.

$$\rightarrow E[R_P] = w_{Tbill} 0.12 + w_{Stk} 0.75$$

$$\rightarrow \text{var}(R_P) = \underbrace{w_{Tbill}^2 0.0^2 + w_{Stk}^2 4.25^2 + 2 w_{Tbill} w_{Stk} (0.0 \times 0.0 \times 4.25)}_{w_{Stk}^2 4.25^2}$$

$w_{Stk}$	$w_{Tbill}$	$E[R_P]$	$\text{var}(R_P)$	$\text{stdev}(R_P)$
0	1	0.12	0.00	0.00
0.33	0.67	0.33	1.97	1.40
0.67	0.33	0.54	8.11	2.85
1	0	0.75	18.06	4.25

## Hisseler ve Hazine bonoları





# Birçok varlık

## Birçok hisse, $R_1, R_2, \dots, R_N$

1, ..., N kadar hisse senedinden oluşan bir portföyünüz var. Birinci hisseye yatırımınızın toplam varlığınıza oranı  $w_1$ , ikinci hisseye  $w_2$ , ...

$$\text{Portföy getirisi} = R_P = w_1 R_1 + w_2 R_2 + \dots + w_N R_N = \sum_i w_i R_i$$

Portföy ortalaması ve varyansı

$$E[R_P] = \sum_i E[R_i] \quad (\text{Ağırlıklı ortalama})$$

$$\text{var}(R_P) = \sum_i w_i^2 \text{var}(R_i) + \sum \sum_{i=j} w_i w_j \text{cov}(R_i, R_j)$$

# Birçok varlık

**Varyans = Matris toplamı**

	Hisse 1	Hisse 2	...	Hisse N
Hisse 1	$w_1^2 \text{var}(R_1)$	$w_1 w_2 \text{cov}(R_1, R_2)$	...	$w_1 w_N \text{cov}(R_1, R_N)$
Hisse 2	$w_1 w_2 \text{cov}(R_1, R_2)$	$w_2^2 \text{var}(R_2)$	...	$w_2 w_N \text{cov}(R_2, R_N)$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
Hisse N	$w_1 w_N \text{cov}(R_1, R_N)$	$w_2 w_N \text{cov}(R_2, R_N)$	...	$w_N^2 \text{var}(R_N)$

**Matriste  $N^2$  terim var**

- N tanesi varyans
- $N(N-1)$  tanesi kovaryans

**Çeşitlendirilmiş bir portföyde kovaryanslar varyanslardan daha önemlidir. Bir hissenin varyansı diğer hisselerle kovaryanslarından daha önemsizdir.**

# 1. Gerçek: Çeşitlendirme

Birçok hisseden eşit ağırlıklı olarak oluşturulmuş bir portföyünüz olduğunu varsayalım. Bu portföyün varyansı nedir?

➤ N varlıktan oluşan portföy,  $w_i = 1/N$

➤  $\text{var}(R_p) = \frac{1}{N} \text{ortalama varyans} + \frac{N-1}{N} \text{ortalama kovaryans}$

**Çeşitlendirilmiş bir portföyün varyansı hisseler arasındaki ortalama kovaryanslarla belirlenir.**

**Yatırımcı sadece getirilerdeki ortak değişimlerle ilgilenmelidir (sistemik risk). Hisseye özel risk çeşitlendirmeyele dağıtılır.**

## Örnek

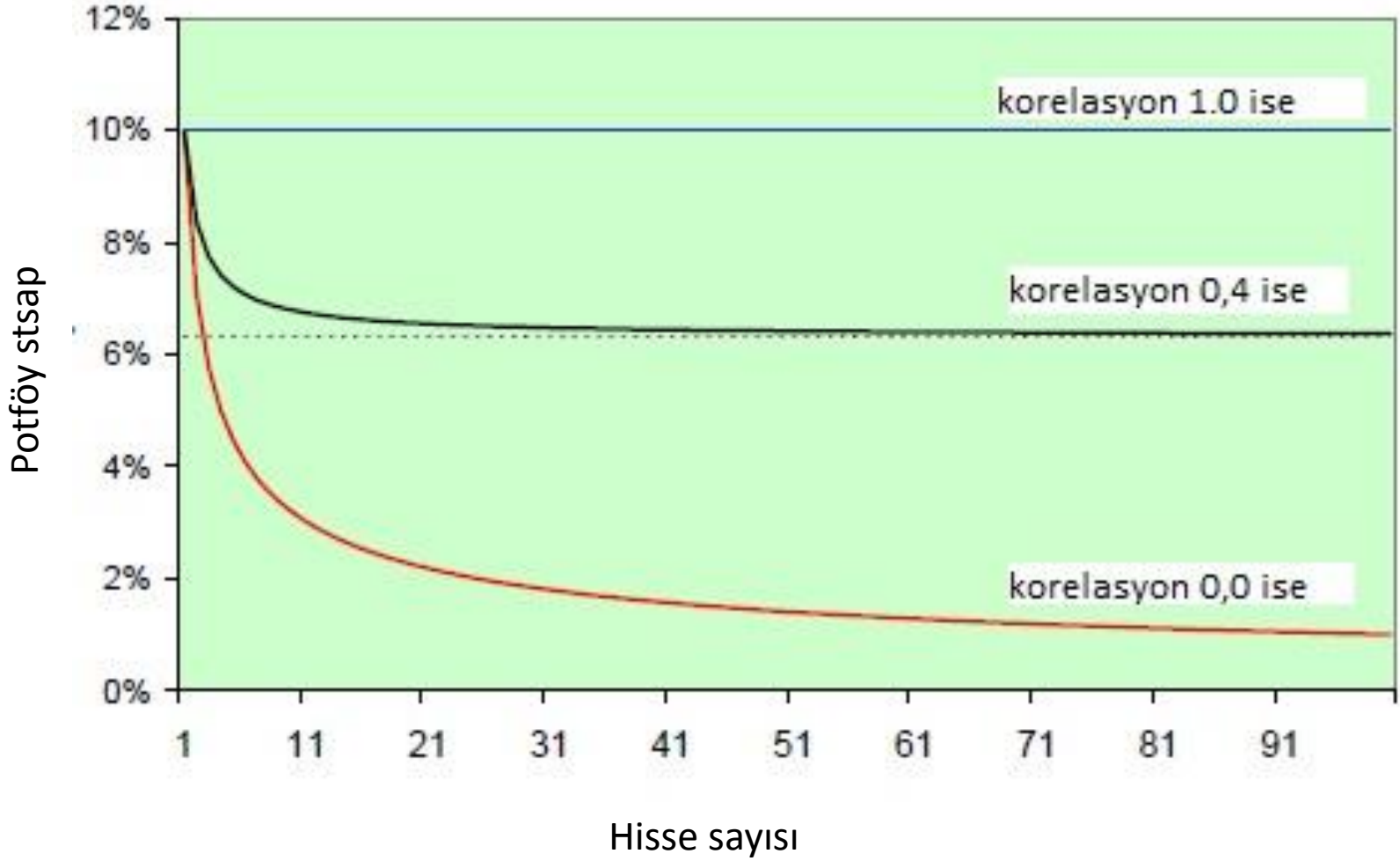
Ortalama bir hissenin aylık standart sapması %10 ve hisseler arası ortalama korelasyon da 0,4. Her hisseye aynı miktarı yatırırsanız portföyün varyansı ne olur? Ya korelasyon 0,0'sa? 1,0'sa?

$$\begin{aligned} \text{➤ } \text{kov}(R_i, R_j) &= \text{korelasyon} \times \text{stsap}(R_i) \times \text{stsap}(R_j) \\ &= 0.40 \times 0.10 \times 0.10 = 0.004 \end{aligned}$$

$$\text{➤ } \text{var}(R_p) = \frac{1}{N} 0,10^2 + \frac{N-1}{N} 0,004 \quad \rightarrow \quad \text{eğer } N \text{ büyükse } 0,004$$

$$\text{➤ } \text{stsap}(R_p) \approx \sqrt{0,004} = \%6.3$$

## Çeşitlendirme



## 2. Gerçek: Etkin portföyler

Birçok varlıkla mermi şeklinde bir alanın içindeki herhangi bir portföy olasıdır.\*

- Minimum varyans sınırı her beklenen getiri için riski en aza indirgeyen portföyler setidir.
- Etkin sınır minimum varyans sınırının üst yarısıdır.

\*Grafikte minimum varyans sınırı bir hiperboldür.

## Örnek

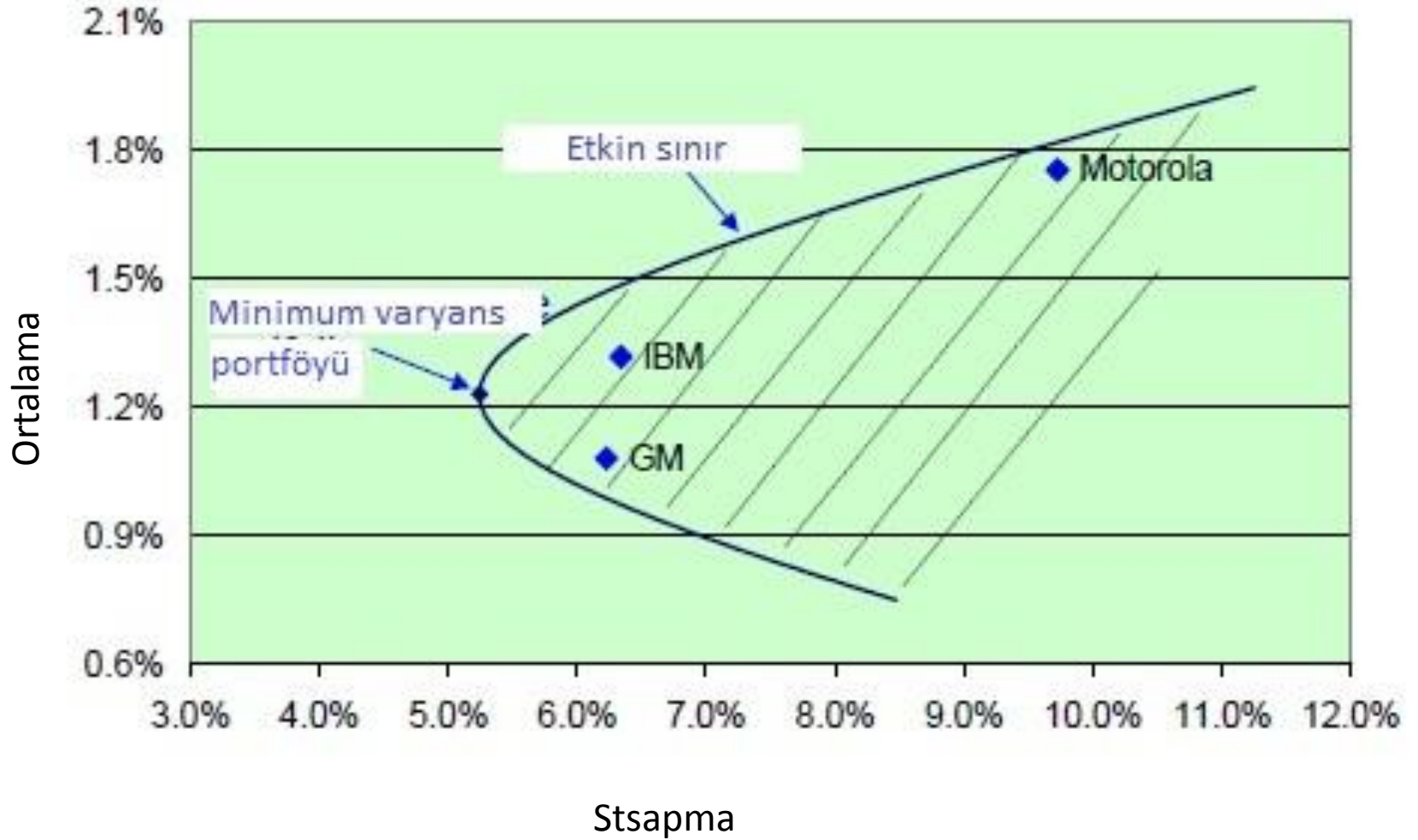
GM, IBM ve Motorola'ya istediğiniz kombinasyonla yatırım yapabilirsiniz. Aşağıdaki bilgiler ışığında hangi portföyü seçersiniz?

Hisse	ortalama	StaSap	Varyans/Kovaryans		
			GM	IBM	Motorola
GM	1.08	6.23	38.80	16.13	22.43
IBM	1.32	6.34	16.13	40.21	23.99
Motorola	1.75	9.73	22.43	23.99	94.63

$$E[R_P] = (w_{GM} \times 1.08) + (w_{IBM} \times 1.32) + (w_{Mot} \times 1.75)$$

$$\begin{aligned} \text{var}(R_P) = & (w_{GM}^2 \times 6.23^2) + (w_{IBM}^2 \times 6.34^2) + (w_{Mot}^2 \times 9.73^2) + \\ & (2 \times w_{GM} \times w_{IBM} \times 16.13) + (2 \times w_{GM} \times w_{Mot} \times 22.43) + \\ & (2 \times w_{IBM} \times w_{Mot} \times 23.99) \end{aligned}$$

## Olası portföyler





## 3. Gerçek

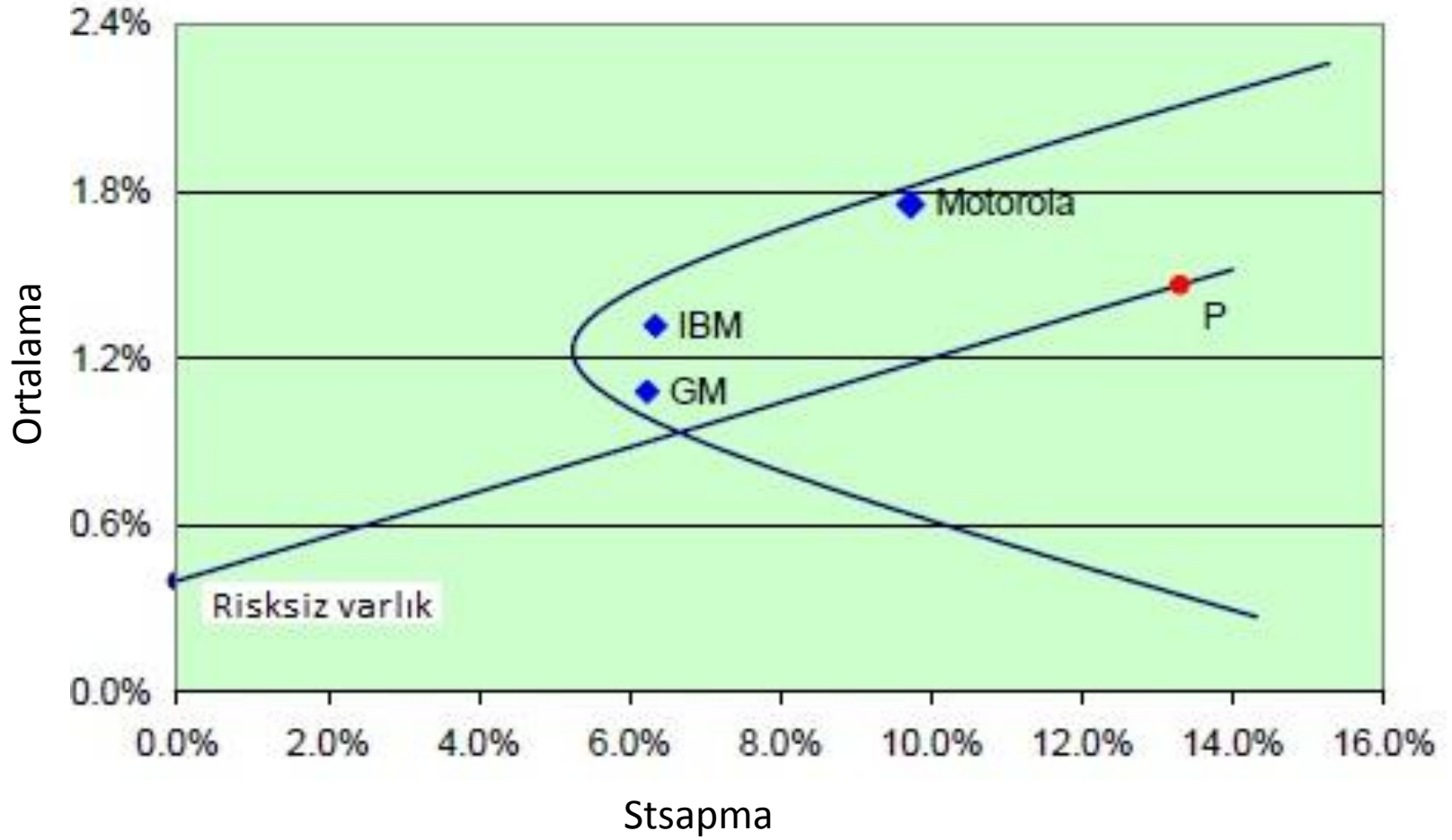
### Tanjant portföyü

Risksiz bir varlık (hazine bonosu) da varsa bütün yatırımcılar aynı portföye yatırım yapmalıdır.

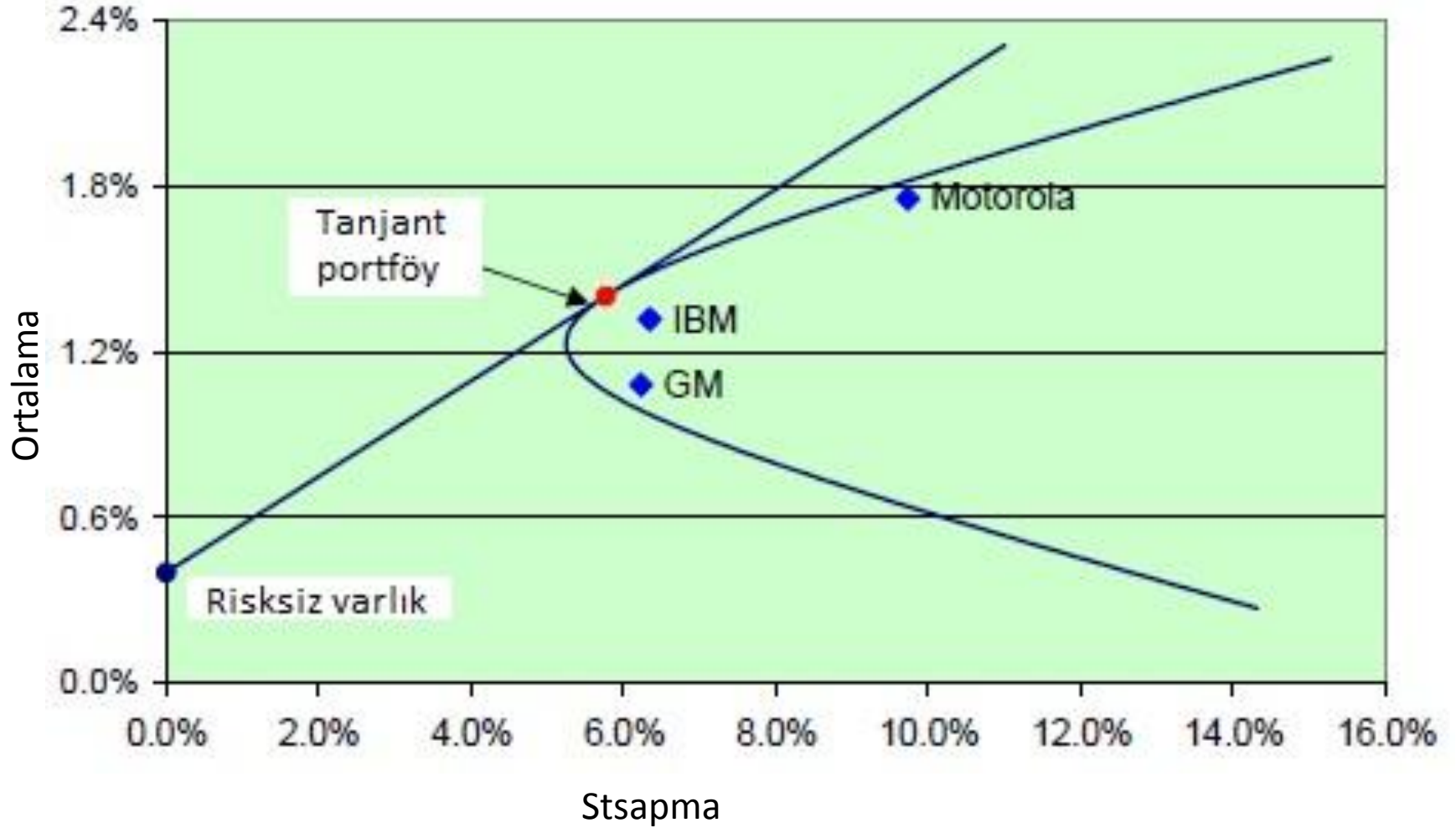
Tüm etkin portföyler, risksiz varlıkla tanjant portföyü denilen kendine özgü bir hisse senedi portföyünün bileşimleridir.\*

\*Nobel ödülü sahibi Harry Markowitz

## Riskli ve risksiz varlıkların bileşimleri



## Risksiz varlıkla en uygun portföyler



### 3. Gerçek, devam ediyor

Risksiz varlıkla beraber en uygun portföy en yüksek çizgi eğimini elde eder.

**Tanjant portföyü bütün portföyler arasında en yüksek Sharpe oranına sahiptir. Sharpe oranı:**

$$\text{Sharpe oranı} = \frac{E[R_P] - r_f}{\sigma_P} \quad \text{olarak tanımlanır.}$$

**Başka bir deyişle tanjant portföyü bütün portföylerin arasında en iyi risk-getiri dengesine sahiptir.**

Ayrıca

Alfa yatırım fonunun risk ayarlı performans ölçütüdür. Alfaını en yükseğe arttırmak isteyen bir yatırım fonu tanjant portföyüne yatırım yapmalıdır.

# Özet

- Çeşitlendirme riski azaltır. Bir portföyün standart sapması her zaman kendisini oluşturan hisselerin ortalama standart sapmalarından düşüktür.
- Çeşitlendirilmiş portföylerde hisseler arasındaki kovaryanslar bireysel varyanslardan daha önemlidir. Sadece sistematik risk önemlidir.
- Yatırımcılar etkin sınırdaki portföylere yatırım yapmaya çalışmalıdır. Bu portföyler her risk seviyesi için en yüksek getiriyi sağlarlar.
- Risksiz bir varlıkla bütün yatırımcılar tanjant portföyüne yatırım yapmalıdır. Bu portföy risk ve beklenen getiri arasındaki dengeyi en yüksek seviyeye getirir.