

MIT AçıkDersSistemi

<http://ocw.mit.edu>

18.034 İleri Diferansiyel Denklemler

2009 Bahar

Bu bilgilere atıfta bulunmak veya kullanım koşulları hakkında bilgi için

<http://ocw.mit.edu/terms> web sitesini ziyaret ediniz.

18.034 PROBLEM SETİ 2 ÇÖZÜM ANAHTARI

1. Bazı c_1 ve c_2 sabitleri için $y(x) = \begin{cases} -x + c_1, & x < 0 \\ x + c_2, & x > 0 \end{cases}$

$y, x = 0$ da sürekli $\Rightarrow c_1 = c_2 = 0$.

Fakat $y(x) = \begin{cases} -x + c_1, & x < 0 \\ x + c_2, & x > 0 \end{cases}$, $x = 0$ noktasında türevlenebilir değil.

2. Çözüm var oldukça, $\frac{y'}{y} = f(y)$ (y teklikten dolayı asla sıfır olamaz)

$\Rightarrow (\log |y|)' \leq |f(y)| \leq M$ (hipotezden). Dolayısıyla,

(1) $|y(x)| \leq |y_0| e^{Mx}$.

$a > 0$ için $\{(x, y): |x| \leq a, |y| \leq |y_0| e^{Mx}\}$ dikdörtgenini göz önüne alınız. Eğer çözüm $x \in (-a, a)$ için mevcut değilse, $|y(a)| = |y_0| e^{Ma}$ olur. Bu (1) ile çelişir.

3. $\alpha = a + ib$, $\beta = c + id$ olsun. Kutupsal koordinatlar cinsinden

$$y'' = \text{Im}(\alpha\beta) \frac{\cos(\theta) \text{Re}((\beta + i\alpha)e^{i\theta})}{\text{Re}(\alpha e^{-i\theta})}$$

Bu nedenle y'' fonksiyonu $-\frac{b}{a}, \infty, \frac{b-c}{a+d}$ eğim değerlerinde işaret değiştirir.

4. (a) u , $y' + (-b(x) + 2c(x)y_1(x))y + c(x)y^2 = 0$ diferansiyel denkleminin bir çözümüdür.

(b) $y_1(x) = x$, $u(x) = -\frac{1}{x+c}$.

5. (a) $c_1 \sin x + c_2 \cos x$

(b) $-\sin 2x, 3, 2e^x$

(c) $-b \sin x - \sin 2x + 3 + 2e^x$

6. (a) $\ddot{u} + (p - 1)\dot{u} + qu = 0$, $\cdot = \frac{d}{dt}$

(b) $\sin \log|x|, \cos \log|x|$

(c) Çözüm yok.